

Geplante Betriebsneuerungen

Aufgabennummer: B_186

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ein Landwirt plant Neuerungen in der Bewässerung seiner Felder und eine Vergrößerung von Weideflächen, für die er einen Kredit benötigt.

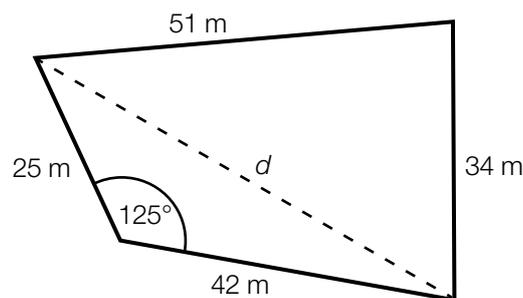
- a) Der Landwirt misst über 60 Tage hinweg die Durchflussmenge eines Bewässerungskanals. Die gemessenen Werte lassen sich innerhalb des Messzeitraums ungefähr durch die Funktion D mit $D(t) = 0,001 \cdot t^3 - 0,08 \cdot t^2 + 0,9 \cdot t + 235$ beschreiben.

t ... Zeit seit Beginn der Messungen in Tagen

$D(t)$... Durchflussmenge zur Zeit t in Litern pro Sekunde (L/s)

- Stellen Sie die Funktion D für einen Zeitraum von 60 Tagen grafisch dar.
- Berechnen Sie die in diesem Zeitraum insgesamt durch den Kanal geflossene Wassermenge.

- b) Zur Vergrößerung seiner Weideflächen muss der Landwirt ein sumpfiges Landstück trockenlegen. Er möchte den Flächeninhalt des Grundstücks berechnen. Dazu misst er die Länge der Seiten und einen Winkel und fertigt die folgende Skizze an:



- Berechnen Sie die Länge der Diagonalen d .
- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Grundstücks.

c) Der Landwirt benötigt für seine Vorhaben einen Kredit in Höhe von € 120.000. Zur Finanzierung bietet ihm eine Bank 2 Angebote mit gleichem Jahreszinssatz i :

Angebot A: Rückzahlung in Form von sofort beginnenden nachschüssigen Jahresraten der Höhe R_A über 20 Jahre

Angebot B: in den ersten 3 Jahren keine Zahlungen, am Ende des 3. Jahres eine Einmalzahlung der Höhe X und anschließend 17 nachschüssige Jahresraten der Höhe R_B

- Veranschaulichen Sie beide Rückzahlungsvarianten auf einer gemeinsamen Zeitachse.
- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von X aus R_B und dem Aufzinsungsfaktor $q = 1 + i$.

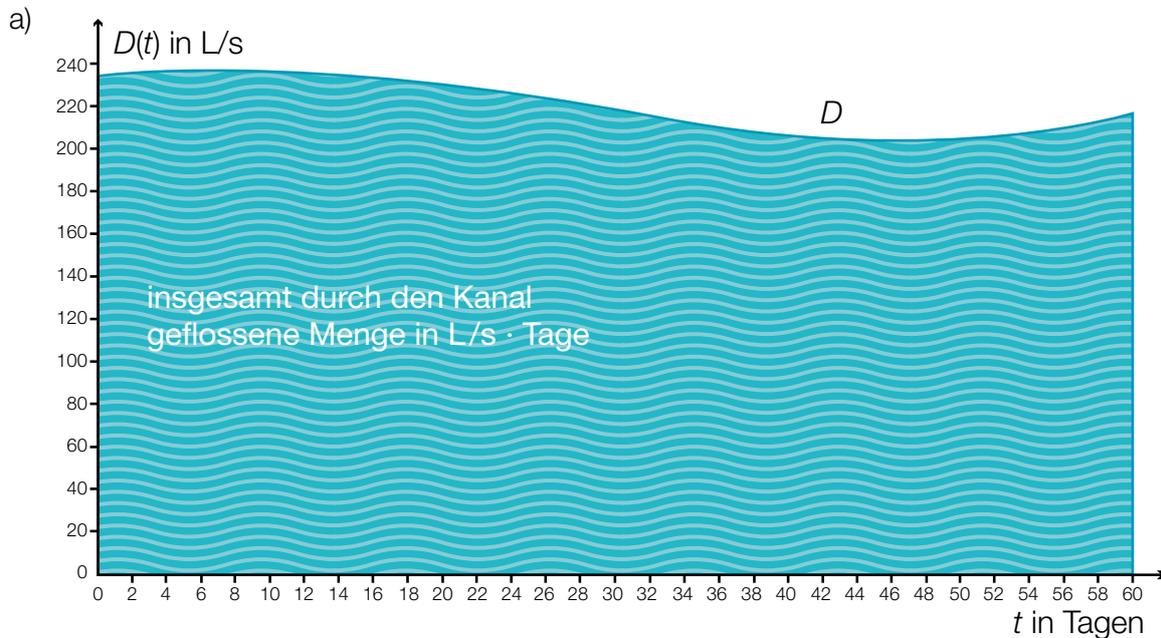
$X =$ _____

- Erklären Sie, wie hoch der Betrag X sein muss, damit die 17 folgenden Jahresraten gleich hoch wie die Jahresraten bei Angebot A sind.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg



Die insgesamt durch den Kanal geflossene Menge ist die Fläche unter dem Graphen in $\frac{\text{Liter}}{\text{Sekunde}} \cdot \text{Tage}$.

Einheiten: $x \frac{\text{Liter}}{\text{Sekunde}} \cdot 1 \text{ Tag} = x \frac{\text{Liter}}{\text{Sekunde}} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ Sekunden} = x \cdot 24 \cdot 3600 \text{ Liter}$

$$\int_0^{60} (0,001 \cdot t^3 - 0,08 \cdot t^2 + 0,9 \cdot t + 235) dt = 13200$$

$$13200 \cdot 24 \cdot 3600 \frac{\text{L}}{\text{s}} \cdot \text{s} = 1140480000 \text{ L}$$

Die in 60 Tagen durchgeflossene Wassermenge beträgt 1 140 480 000 Liter.

b) $d = \sqrt{25^2 + 42^2 - 2 \cdot 25 \cdot 42 \cdot \cos(125^\circ)} = 59,9\dots$
 $d \approx 60 \text{ m}$

Mit der trigonometrischen Flächenformel berechnet man den Flächeninhalt A:

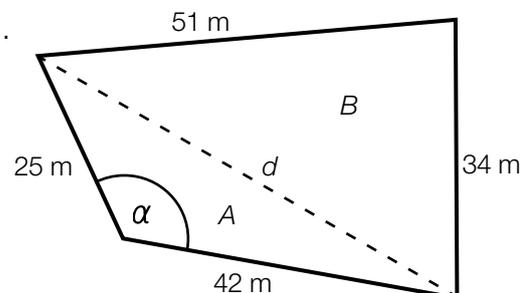
$$A = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 42 \cdot \sin(125^\circ) = 430,05\dots$$

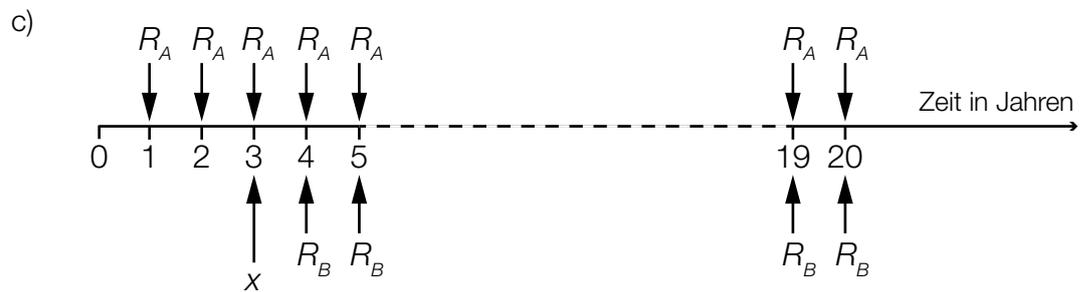
Den Flächeninhalt B berechnet man z. B. mit der Heron'schen Flächenformel:

$$s = \frac{d + 51 + 34}{2}$$

$$B = \sqrt{s \cdot (s - d) \cdot (s - 51) \cdot (s - 34)} = 866,03\dots$$

$$\text{Gesamtflächeninhalt} = A + B \approx 1296,09 \text{ m}^2$$





$$X = 120000 \cdot q^3 - R_B \cdot \frac{q^{17} - 1}{q - 1} \cdot \frac{1}{q^{17}}$$

X entspricht dem Endwert einer 3-jährigen nachschüssigen Rente mit Jahresraten R_A und einem Jahreszinssatz von i .

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) 1 Zahlen und Maße
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) —
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 2
- c) 3

Thema: Sonstiges

Quellen: —